INSTITUCIÓN EDUCATIVA EMBERA RURAL ATRATO MEDIO

PROFE JOHNATAN PALACIOS RENTERIA

GRADO 11°

TRIGONOMETRIA

DBA.

Utiliza las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y sus relaciones y operaciones para construir y comparar los distintos sistemas numéricos.

Interpreta y diseña técnicas para hacer mediciones con niveles crecientes de precisión (uso de diferentes instrumentos para la misma medición, revisión de escalas y rangos de medida, estimaciones, verificaciones a través de mediciones indirectas

Justifica la validez de las propiedades de orden de los números reales y las utiliza para resolver problemas analíticos que se modelen con inecuaciones.

* Lógica matemática
* Precisión en las mediciones
* Ecuaciones e inecuaciones
* Población, muestra y variable

**OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS**

En las [matemáticas](https://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1ticas), no podemos definir a un [conjunto](https://es.wikipedia.org/wiki/Conjunto), por ser un concepto primitivo, pero hacemos abstracción y lo pensamos como una colección desordenada de objetos, los objetos de un conjunto pueden ser cualquier cosa siempre que tengan una relación entre ellos, a los objetos de un conjunto se les llama [**elementos**](https://es.wikipedia.org/wiki/Elementos)**u**[**operaciones**](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Miembros&action=edit&redlink=1) de dicho conjunto, por lo tanto un conjunto contiene a sus [elementos](https://es.wikipedia.org/wiki/Elementos). Se representan con una letra mayúscula y a los elementos o miembros de ese conjunto se les mete entre llaves corchetes o paréntesis. (**{**,**}**).

Dos [conjuntos](https://es.wikipedia.org/wiki/Conjunto) se pueden combinar de muchas maneras distintas, por ejemplo, teniendo un conjunto de la gente que juega al fútbol y otro de la gente que juega a baloncesto podemos hacer muchas combinaciones como el conjunto de personas que juegan a fútbol o baloncesto, las que juegan a fútbol y baloncesto, las que no juegan a baloncesto, etc.

Por lo tanto, vamos a ver las distintas operaciones que hay en los conjuntos:

**UNION**

El símbolo del operador de esta operación es: **∪**, y es llamado copa.

Es correspondiente a la unificación de los elementos de dos conjuntos o incluso más conjuntos que pueden, partiendo de esto conformar una nueva forma de conjunto, en la cual los elementos dentro de este correspondan a los elementos de los conjuntos originales. Cuando un elemento es repetido, forma parte de la junta una vez solamente; esto difiere del concepto de multiconjuntos en la concepción tradicional de la suma, en la cual los elementos comunes se consideran tantas veces como se encuentren en la totalidad de los conjuntos.

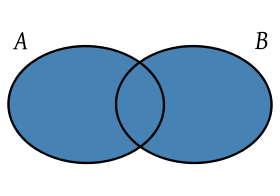
Sean **A** y **B** dos conjuntos, la [junta](https://es.wikipedia.org/wiki/Uni%C3%B3n_de_conjuntos) de ambos (**A ∪ B**) es el conjunto **C** el cual contiene a todos los elementos pertenecientes al [conjunto](https://es.wikipedia.org/wiki/Conjunto) **A** y al conjunto **B**.

Un elemento x pertenece a la junta de los conjuntos **A** y **B** si, y sólo si, x pertenece al conjunto **A** o x pertenece al conjunto **B**, por lo tanto.

 {\displaystyle A\cup B=\{x/x\in A\lor x\in B\}}

**Ejemplos**

En el [Diagrama de Venn](https://es.wikipedia.org/wiki/Diagrama_de_Venn) que se muestra en la imagen se puede observar como es de forma gráfica, a continuación pondré también algunos ejemplos prácticos:



1. Ejemplo:

La unión de los conjuntos A={1,2,3} y B={2,4,6} sería el conjunto C={1,2,3,4,6}, esto es:

{1,2,3}∪{2,4,6}={1,2,3,4,6}

1. Ejemplo: La unión de personas que juegan al fútbol y de personas que juegan al baloncesto serían las personas que juegan al fútbol o baloncesto.

Ejemplos.

Trabajar la unión y me hacen la compresión de cada ejemplo como lo hicimos en la ultima clase revisar lo enseñado.

 **A**={José, Jerónimo}, **B**={María, Mabel, Marcela};  **AUB**={ José, Jerónimo, María, Mabel, Marcela}

 **P**={pera, manzana}, **C**={limón, naranja};  **F**={cereza, grosella};  **PUCUF** = {pera, manzana, limón, naranja, cereza, grosella}

 **M**={7, 9, 11}, **N**={4, 6, 8};

 **R**={pelota, patín, paleta}, **G**={paleta, pelota, patín};

 **C**={margarita},**S**={clavel};

 **C**= {margarita}, **S**={clavel};**T**={botella},

 **G**={verde, azul, negro}, **H**={negro}

 **A**={ 1, 3, 5, 7, 9 }; **B**={ 10, 11, 12 };

 **D**= {martes, jueves}, **E**= {miércoles, viernes}; **DUE**

 **B**= {mosquito, abeja, colibrí}; **C**={vaca, perro, caballo};

 **A**={2, 4, 6, 8}, **B**={1, 2, 3, 4};

 **P**={mesa, silla}, **Q**={mesa, silla};

 **A**={pan}, B={queso};

 **A**={20, 30, 40}, **B**= {5, 15};

 **M**={enero, febrero, marzo, abril}, **N**={noviembre, diciembre};

 **F**={12, 22, 32, 42}, **G**={a, e, i, o, u};

 **A**={verano}, **B**= {invierno};

 **S**= {sandalia, zapatilla, ojota}, **R**={camisa};

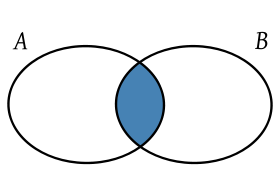
 **H**={lunes, martes}, **R**={lunes, martes}, **D**={lunes, martes};

**INTERCECION**

El símbolo del operador de esta operación es: **∩**, y es llamado capa.

Sean **A** y **B** dos conjuntos, la [coincidencia](https://es.wikipedia.org/wiki/Intersecci%C3%B3n_de_conjuntos) de ambos (**A ∩ B**) es el conjunto **C** el cual contiene los elementos que están en **A** y que están en **B**.

Un elemento x pertenece a la coincidencia de los conjuntos **A** y **B** si, y sólo si, x pertenece al conjunto **A** y x pertenece al conjunto **B** a la vez, por lo tanto.



{\displaystyle A\cap B=\{x/x\in A\land x\in B\}}.

### Disjuntividad

Se dice que dos conjuntos **A** y **B** son [disjuntos](https://es.wikipedia.org/wiki/Disjuntos) cuando la [**coincidencia**](https://es.wikipedia.org/wiki/Intersecci%C3%B3n_de_conjuntos) de ambos es el [conjunto vacío](https://es.wikipedia.org/wiki/Conjunto_vac%C3%ADo). **A** **∩** **B**= **{{\displaystyle \emptyset }}**

#### Ejemplos

1. Ejemplo: La coincidencia del conjunto de números pares y el conjunto de números impares sería el conjunto C={{\displaystyle \emptyset }} o sea serían disjuntos.
2. Ejemplo: La coincidencia del conjunto de personas que juegan sólo al baloncesto y el conjunto de personas que juegan sólo al fútbol es el conjunto vacío. Por lo tanto, son disjuntos.
3. Ejemplo: La coincidencia de A={3,7,8} y B={1,2,9} sería C={{\displaystyle \emptyset }}, ya que {3,7,8}∩{1,2,9}={{\displaystyle \emptyset }} por lo tanto A y B son disjuntos.

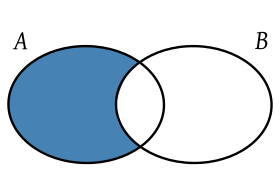
**DIFERENCIA**

El símbolo de esta operación es:

La diferencia consiste en eliminar de **A** todo elemento que esté en **B**, también se puede denotar con el símbolo de la resta **A-B**, por lo tanto, la diferencia de los conjuntos A y B es el conjunto C que tiene a todos los elementos que están en A, pero no en B.

También se le puede llamar a la diferencia de A y B: *complementario de B con respecto a* A*.*

Por lo tanto, un elemento pertenece a la diferencia de A y B si, y sólo si {\displaystyle \{x/x\in A\land x\not \in B\}}



### Ejemplos

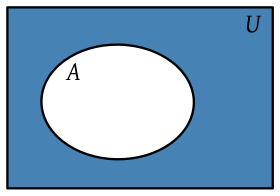
1. Ejemplo: La diferencia de los conjuntos A {1,2,3,4} y B {1,3,5,7} es el conjunto C {2,4}, sin embargo, la diferencia de los conjuntos B {1,3,5,7} y A {1,2,3,4} es el conjunto C {5,7}.
2. Ejemplo: La diferencia del conjunto de las personas que juegan al fútbol y el conjunto de las personas que juegan a baloncesto es el conjunto de las personas que solo y exclusivamente juegan al fútbol.

**COMPLEMENTO**

El símbolo de esta operación es: *A*∁, o también se suele representar con el símbolo *A*

Supongamos que **U** es el conjunto universal, en el cual se encuentran todos los elementos posibles, entonces el complementario de **A** con respecto a **U** se consigue restando a **U** todos los elementos de **A**. ***A*=U-A**

Por lo tanto, un elemento pertenece al complementario de A si, y sólo si es la diferencia de u.

 {\displaystyle A^{c}=\{x/x\in U\land x\not \in A\}}

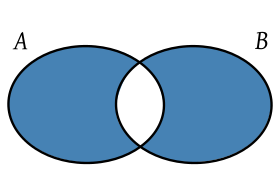
Ejemplos

1. Ejemplo: El complementario del conjunto de números pares es el conjunto de números impares.
2. Ejemplo: El complementario del conjunto de personas que juegan a fútbol es el conjunto de personas que no lo juegan.
3. Ejemplo: El complementario del conjunto de todos los números positivos mayores de 5 incluyendo el 5, es el conjunto {1,2,3,4}

**DIFERENCIA SIMETRICA**

El símbolo de esta operación es: Δ.

La diferencia simétrica de dos conjuntos *A* y *B* es otro conjunto el cual posee los elementos que o bien se encuentran en A, o bien se encuentran en B, pero no en los dos a la vez. ***A* Δ *B* = C**, donde C no tiene



1. Ejemplo: La diferencia simétrica del conjunto de personas que juegan a fútbol y el conjunto de personas que juegan a baloncesto es el conjunto de personas que juegan sólo a fútbol y sólo a baloncesto, pero no que jueguen a ambos a la vez.

**PRODUCTO CATERCIANO**

En un conjunto los elementos están desordenados y el orden es muy importante, por ello necesitamos algún tipo de estructura diferente para representar a los elementos ordenados, de ahí salen las **n-tuplas ordenadas**.

La **n-tupla ordenada** {\displaystyle (a\_{1},a\_{2},a\_{3},\dots ,a\_{n})}es la colección ordenada dónde su primer elemento es{\displaystyle (a\_{1})}, {\displaystyle (a\_{2})}es su segundo elemento, ... y {\displaystyle (a\_{n})} el elemento n-ésimo.

Se puede decir que dos n-tuplas ordenadas son iguales si, y sólo si, cada elemento numeradode cada par es igual, o sea, {\displaystyle (a\_{1},a\_{2},a\_{3},\dots ,a\_{n})}= {\displaystyle (b\_{1},b\_{2},b\_{3},\dots ,b\_{n})}esto sucede si, y sólo si {\displaystyle (a\_{i})}={\displaystyle (b\_{i})} para *i*= 1,2,3,...,n. Las 2-tuplas se llaman **pares ordenados** (a,b) y (c,d), estos son iguales si, y sólo si *a=c* y *b=d*.

Ahora haciendo referencia al producto cartesiano de dos conjuntos:

El símbolo de esta operación es: ×

El producto cartesiano de dos conjuntos **A** y **B** es el conjunto **C**, C = *A* × *B*, donde los pares ordenados (a,b) están formados por un primer elemento perteneciente a **A** y un segundo elemento perteneciente a **B**.

{\displaystyle A}{\displaystyle B=\{(a,b)/a\in A\land b\in B\}}Ejemplos

1. Ejemplo: El producto cartesiano de A={2,3} y B={a,b,c} es A×B={(2,a),(2,b),(2,c),(3,a),(3,b),(3,c)}

**LEYES**

Leyes de identidad

* **A ∪ {\displaystyle \emptyset }** = **A**, la unión de un conjunto cualquiera con el conjunto vacío es el mismo conjunto.
* **A ∩ U** = **A**, la intersección de un conjunto cualquiera con el conjunto universal es el mismo conjunto.

Leyes de dominación

* **A ∪ U = U**, la unión de un conjunto cualquiera con el conjunto universal, es el conjunto universal.
* **A ∩ {\displaystyle \emptyset } = {\displaystyle \emptyset }**, la intersección de un conjunto cualquiera con el conjunto vacío, es el conjunto vacío.

Leyes idempotentes

* **A ∪ A = A**, la unión de un conjunto cualquiera consigo mismo, es el mismo conjunto.
* **A ∩ A = A**, la intersección de un conjunto cualquiera consigo mismo, es el mismo conjunto.

Ley de complementación

* ***A***, la negación de la negación de un conjunto cualquiera, es el mismo conjunto.

Leyes conmutativas

* **A ∪ B = B ∪ A**
* **A ∩ B = B ∩ A**

Leyes asociativas

* **A ∪ (B∪C) = (A∪B) ∪ C**
* **A ∩ (B∩C) = (A∩B) ∩**

Leyes distributivas

* **A ∩ (B∪C) = (A∩B) ∪ (A∩C)**
* **A ∪ (B∩C) = (A∪B) ∩ (A∪C)**

# **Incertidumbre, Exactitud Y Precisión En Las Mediciones.**

Los términos Incertidumbre, Precisión y Exactitud, suelen ser confundidos al momento de analizar los resultados de una calibración o especificaciones de un instrumento.

Vamos a definir cada uno de ellos.

–  **Exactitud:** se define así a la proximidad entre el valor medido y el valor verdadero de una magnitud a medir. La “exactitud en la medida” no es una magnitud y no se expresa numéricamente. Se dice que una medición es más exacta cuanto más pequeño es el error de la medición.

–  **Precisión:** es la proximidad entre las indicaciones o los valores medidos obtenidos en mediciones repetidas de un mismo objeto, bajo condiciones especificadas. La precisión se puede expresar numéricamente mediante medidas de dispersión tales como desviación típica, variancia o el coeficiente de variación bajo las condiciones especificadas. La precisión, se utiliza para definir a la repetibilidad de medida.

**Incertidumbre:** es el parámetro asociado con el resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que podrían ser razonablemente atribuidos al valor a medir. El valor de incertidumbre incluye componentes procedentes de efectos sistemáticos en las mediciones, debido a componentes que se calcula a partir de distribuciones estadísticas de los valores que proceden de una serie de mediciones y valores que se calculan a partir de funciones de densidades de probabilidad basadas en la experiencia u otra información.

### Ejemplos de exactitud

Si una persona practica tiro al blanco y atina en el centro del objetivo, esta persona ha disparado con exactitud.

En un salón de clase hay 28 personas sentadas y 5 de pie. La profesora pregunta si alguien puede adivinar cuántas personas hay en el salón a simple vista. Una alumna echa un vistazo y afirma que hay 27 personas sentadas y 5 de pie. En este caso, la observación de la alumna ha sido bastante exacta.

**Ecuaciones**

Se llaman ecuaciones a igualdades en las que aparecen número y letras (incógnitas) relacionados mediante operaciones matemáticas.

Por **ejemplo**: 3x - 2y = x2 + 1

Son ecuaciones con **una incógnita** cuando aparece una sóla letra (incógnita, normalmente la x).

Por **ejemplo**: x2 + 1 = x + 4

Se dice que son de**primer grado**cuando dicha letra no está elevada a ninguna potencia (por tanto, a 1).

**Ejemplo**:

3x + 1 = x - 2

**1 - 3x = 2x - 9.**

**x - 3 = 2 + x.**

**x/2 = 1 - x + 3x/2**

### Inecuación

Una inecuación es una expresión de la forma: f(x) < g(x), f(x) <= g(x), f(x) > g(x) o f(x)>= g(x).

Por otra parte, tenemos **las inecuaciones**, que las podemos definir como una **expresión algebraica** que incluye una desigualdad. Recordemos que **las desigualdades son**:

• **≥** : Mayor o igual  
• **>** : Mayor estrictamente  
• **≤** : Menor o igual  
• **<** : Menor estrictamente

Pues bien, la diferencia más esencial entre ecuaciones e inecuaciones, es que mientras que las ecuaciones calculan puntos como hemos dicho antes,**las inecuaciones calculan semiplanos** (o lo que es lo mismo, trozos de plano)

## Inecuaciones de una variable

La resolución de las inecuaciones es muy parecida a la resolución de las ecuaciones.

5x + 6 < 3x - 8  
5x - 3x < -8 - 6  
2x < -14  
x < -7

* 1. Se pasa 3x al lado izquierdo de la inecuación cambiando de signo y el 8 al lado derecho también cambiando de signo.
  2. Se reducen los términos 5x-3x = 2x y -8-6 = -14 quedando 2x ‹ 14
  3. Se divide 14 en 2 y es igual a 7.

Todos los valores de x menores que -7 satisfacen la inecuación.

Es muy importante tener en cuenta que si multiplicamos por un numero negativo una inecuación tenemos que cambiar el signo de la desigualdad.

3x > -2  
-9x < 6  
x < -2/3

### Sistemas de inecuaciones de primer grado con una incógnita.

Se resuelven por separado las inecuaciones y se toman como soluciones los intervalos comunes de las soluciones

5x + 6 < 3x - 8  
3x > 2

La solución de la primera ecuación es:

5x - 3x < -8 - 6  
2x < -14  
x < -7

La solución de la segunda ecuación es:

3x > -2  
x < -2/3

La solución del sistema sería x < -7.

Ejemplos

* 1. https://www.ematematicas.net/cgi-bin/mimetex.cgi?6x+1\;\gt\;9x-2

2) 7x − 28 < 21x +3

3) −x + 4x − 7 < 4x – 8

4) 16x -34 ≤ 47 + 15

5) 6x + 5 < -7 + 4x

6) 4x -28 ≥ - 10x

**ESTADÍSTICA**

## Población

Es el **conjunto de todos los elementos cuyas propiedades se van a estudiar**. También es llamada **universo.**

Una población puede ser finita o infinita:

* **Población finita:** es aquella cuya cantidad de elementos es posible de determinar se pueden contar.
* **Población infinita:** es aquella cuya cantidad de elementos es imposible de determinar ósea no se puede contar.

## Muestra

Es un **subconjunto de la población**. En muchas ocasiones, es importante trabajar con una **muestra representativa de la población**, para ello, debemos trabajar con criterios y técnicas de muestreo. Una muestra representativa debe reflejar las características de la población.

En la práctica, **para estudiar una población grande, debemos tomar una muestra.** Por ejemplo, si queremos saber cuál es el candidato preferido para las próximas elecciones presidenciales de Colombia, tomaría mucho tiempo preguntarles a todos los electores por su candidato preferido, además, sería muy caro contratar tantos encuestadores, digitadores y estadísticos. Por ello, es mejor, analizar una muestra de electores, aplicar una encuesta, y a partir de allí sacar conclusiones de la población.

## Individuo

Es cada uno de los elementos que componen la población. También se le conoce como unidad estadística.

## Ejemplo 1

Para estudiar cuál es el candidato presidencial por el cual votarán los colombianos en las próximas elecciones, se toma una muestra de 3500 personas de todo el país. La pregunta es la siguiente, ¿por quién votará en las próximas elecciones presidenciales?

Determine la **población, muestra e individuos.**

* En este caso, la población sería la población electoral del país, es decir, los colombianos con derecho a voto.
* La muestra sería el conjunto de 3500 colombianos que forman parte de la población votante.
* Un individuo sería cada uno de los colombianos con derecho a voto.

## Ejemplo 2

Un estudiante de estadística quiere conocer si los profesores de la Institución Embera Atrato Medio, prefieren dictar clases con ropa formal o con ropa informal. Para ello, realiza una encuesta a 3 profesores de la institución educativa, elegidos de forma aleatoria. **Identifique la población, muestra e individuos.**

## Ejemplo 3

Un profesor desea realizar un análisis estadístico de las notas del examen final de matemáticas de sus alumnos de último año. Por ello, coloca todas las notas obtenidas en Excel y usa las funciones y herramientas estadísticas. La información obtenida,

**¿pertenece a la muestra o a la población?**

**Ejemplo 4**

Un conocido fabricante de medicamentos, desea conocer la proporción de personas cuya diabetes tipo 2, puede ser controlada con un nuevo fármaco. Se realiza un estudio en 3500 personas con esta diabetes, y se encontró que el 75% de ellas pudo controlar su diabetes tipo 2 usando el fármaco. Asumiendo que estas 3500 personas son representativas del grupo de pacientes de diabetes tipo 2, **identifique la muestra y la población.**

**Ejemplo 5**

En una escuela se quiere saber cuál es el deporte más practicado por los alumnos. Se realiza una encuesta a cinco alumnos de cada curso. **identifique la muestra y la población.**

**Ejemplo 6**

Principio del formulario

Final del formulario

Se desea conocer cuál es la estatura de los alumnos de una escuela. Se miden 10 alumnos por curso. **identifique la muestra y la población.**

Principio del formulario

Final del formulario

## Ejemplo 7:

Un fabricante de tornillos desea hacer un control de calidad. Para ello, toma 1 de cada 100 tornillos producidos y analiza: **identifique la muestra y la población.**

**Ejemplo 8**

**Quienes conforman estos tipos de población (en forma general):**

### **1- Población de la institución educativa embera atrato medio.**

### **2- Población de animales en una zona del medio atrato**

### **3- Población de habitantes en un país**

### **4- Población de habitantes de una comunidad indígena**

### **5- Población de niños y niñas menores de 18 años en las comunidades indígena.**

### **6- Estudiantes de primer año**

### **7- Especie animal amenazada**

### **8- Votantes**

**Variable**:

es cada una de las características que pueden observarse de un elemento de la muestra.

Las variables pueden ser clasificadas en dos grupos:

***a)***Cualitativas*:* toman valores no numéricos. Dentro de este grupo diferenciamos:

**Nominativas**: no existe ningún orden entre las categorías de variables. Por ejemplo: el grupo sanguíneo (A, B, AB, 0) o el color del pelo (moreno, rubio, pelirrojo). El estado civil, con las siguientes modalidades: soltero, casado, separado, divorciado y viudo.

**Binarias**: cuando toman dos valores posibles -si/no, presencia/ausencia- (por ejemplo: casado sí o no, tener el carnet de conducir sí o no).

**Ordinales:** existe un cierto orden entre las categorías de las variables, por ejemplo el nivel de estudios (sin estudios, básico, secundarios, etc) o categoría dentro de una empresa (peón, encargado, etc.)  La nota en un examen: suspenso, aprobado, notable, sobresaliente. Puesto conseguido en una prueba deportiva: primero, segundo, tercer, ... Medallas de una prueba deportiva: oro, plata, bronce.

**b)** Cuantitativas*:* toman valores numéricos. Dentro de éstas se agrupan en:

**Discretas**: tomas valores aislados, normalmente números enteros, por ejemplo, número de hermanos o de hijos.

**Continuas:** teóricamente puede tomar cualquier valor numérico, por ejemplo: el peso de un individuo. Aunque en la práctica todas tomarían valores discretos por la imposibilidad de tener aparatos lo suficientemente sensibles para realizar mediciones intermedias.