INSTITUCIÓN EDUCATIVA EMBERA RURAL ATRATO MEDIO

PROFE JOHNATAN PALACIOS RENTERIA

GRADO 9°

DBA

Utiliza los números reales (sus operaciones, relaciones y propiedades) para resolver problemas con expresiones polinómicas.

* Factorización
* Población, muestra y variable

**TRINOMI CUADRADO PERFECTO.**

Se identifica por tener tres términos, dos de ellos son cuadrados perfectos, pero el restante hay que completarlo mediante una suma para que sea el doble producto de las dos raíces (es decir, para completar el Trinomio Cuadrado Perfecto T.C.P.), el valor que se suma es el mismo que se resta para que el ejercicio original no cambie.

**Regla para conocer si un trinomio es cuadrado perfecto.**

1. Un **trinomio** ordenado con relación a una letra.
2. Es **cuadrado perfecto** cuando el primer y tercer término son cuadrados **perfectos ósea tienen raíz cuadrada**.
3. El segundo término es el doble producto de sus raíces cuadradas.

NOTA: Se **extrae la raíz cuadrada** al primero y tercer término y se separan estas raíces por el signo del segundo término. El binomio obtenido por los pasos anteriores se multiplica por sí mismo ósea se eleva al cuadrado.

Ejemplo:

**Factorizar** el trinomio a 2-4ab + 4b 2

**Solución:**  
Se toman las raíces del primero y tercer término y se separan por el signo del segundo término, esto es:

1. La raíz cuadrada de es a
2. La raíz cuadra de es 2b

a – 2b, así a 2-4ab + 4b2 = (a – 2b) ( a – 2b ) = (a – 2b) 2 a 2 – 4ab + 4b 2 = (a – 2b) 2

Ejemplo:

**Factorizar** el trinomio   36x 2 + 24xy 4 + 4 y8

**Solución:**  
Se toman las raíces del primero y tercer término y se separan por el signo del segundo término, esto es:

La raíz cuadrada de 36 es 6x

La raíz cuadrada de 4 es 2

6x + 2 y 4, así 36x 2 + 24xy 4 + 4 y8 =

(6x + 2 y 4) ( 6x + 2 y 4 ) 36x 2  + 24xy 4  + 4 y8 =

(6x + 2 y 4) 2

**Ejemplos de la forma:**

a^2-2ab+b^2

**Ejemplo 1:**

x^2-2xy+y^2=(x-y)(x-y)=(x-y)^2

**Ejemplo 2:**

4x^2-4xy+y^2=(2x-y)(2x-y)=(2x-y)^2

**Ejemplo 3:**

x^2-4xy+4y^2=(x-2y)(x-2y)=(x-2y)^2

**Ejemplo 4:**

4x^2-8xy+4y^2=4(x^2-2xy+y^2)=4(x-y)^2

4x^2-8xy+4y^2=4(x-y)(x-y)=4(x-y)^2

**Ejemplo 5:**

9x^2-6xy+y^2=(3x-y)(3x-y)=(3x-y)^2

**Ejemplo 6:**

9x^2-12xy+4y^2=(3x-2y)(3x-2y)=(3x-2y)^2

**Ejemplo 7:**

16x^2-48xy+36y^2=4(4x^2-12xy+9y^2)=4(2x-3y)^2

16x^2-48xy+36y^2=4(2x-3y)(2x-3y)=4(2x-3y)^2

**Ejemplo 8:**

25v^2-40vw+16w^2=(5v-4w)(5v-4w)=(5v-4w)^2

**Ejemplo 9:**

49y^2-28yz+4z^2=(7y-2z)(7y-2z)=(7y-2z)^2

**Ejemplo 10:**

16x^2-32xy+16y^2=16(x^2-2xy+y^2)=16(x-y)^2

16x^2-32xy+16y^2=116(x-y)(x-y)=16(x-y)^2

**Ejemplo 11:**

9x^2-12x+4=(3x-2)(3x-2)=(3x-2)^2

Principio del formulario

Final del formulario

Ejemplos.

1. 4 – 4x + x2
2. 4x2 + 12x + 9
3. x2y2 + 8xy +16
4. 25m2– 10mn + n2
5. m2n2+ 10mn + 25
6. 36x2 – 108x + 81
7. 9m2 + 12mn + 4m2
8. m2+ 4mn + 4n2
9. 9x4 – 30x3y + 25xy
10. 16m8 – 64m5n – 64m2n2

**TRINOMIO DE LA FORMA X²+BX+C**

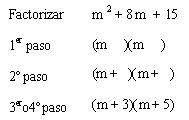
Este tipo de trinomio tiene las siguientes características:

* Tienen un término positivo elevado al cuadrado y con coeficiente 1 ([coeficiente](https://www.aulafacil.com/uploads/cursos/750/editor/2902.jpg)).
* Posee un término que tiene la misma letra que el termino anterior pero elevada a 1 (bx) (puede ser negativo o positivo).
* Tienen un término independiente de la letra que aparece en los otros dos (+ o -).

Reglas para factorizar un trinomio de esta forma:

1. Se descompone el trinomio en dos factores binomios cuyo primer término será la raíz cuadrada del término [raíz cuadrado](https://www.aulafacil.com/uploads/cursos/750/editor/2902_20131025213709.jpg).
2. El signo del primer binomio será el mismo signo que tenga el término “bx”, el signo del segundo binomio será igual a la multiplicación de los signos de “bx” y de “c”.
3. Si los dos factores tienen signos iguales entonces se buscan dos números cuya suma sea igual que el valor absoluto del factor “b” de “bx”, y cuyo producto sea igual al valor absoluto del factor “c”, estos números son los segundos términos de los factores binomios.
4. Si los dos factores tienen signos diferentes entonces se buscan dos números cuya diferencia sea igual que el valor absoluto del factor “b” de “bx”, y cuyo producto sea igual al valor absoluto del factor “c”, el *mayor* de estos números será el  segundo término del primer factor binomio, y el *menor* de estos números será el  segundo término del segundo factor binomio.

Ejemplo explicativo:

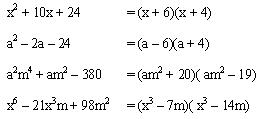
[](https://www.aulafacil.com/uploads/cursos/750/editor/2907.jpg)

Se le saca la raíz cuadrada al primer término se organiza en dos paréntesis.

Al primer paréntesis se le coloca el signo del segundo factor en este caso el signo más, al segundo paréntesis se le coloca el signo que de multiplicar el signo del segundo factor el signo del tercer factor.

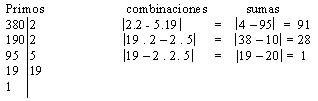
Luego se busca dos números que sumados den 8 y multiplicado del 15.

Segundo y tercer ejemplo se le aplica los pasos anteriores.



En el tercero podemos ver que lo que hemos llamado “x” no es una sola letra, pero aun así se utiliza el mismo procedimiento, esto es porque el “x” es un factor lo que implica que no necesariamente será una simple letra, este puede ser también un polinomio completo.

Siguiendo con el tercero vemos su cantidad numérica es bastante elevada y no todos pueden ver fácilmente los números que buscamos, una herramienta bastante útil es descomponer este número en sus factores primos, de esta manera sabemos que cualquier combinación que hagamos al multiplicar estos números para formar los dos que busco cumplirán con el requisito multiplicativo y solo me preocupare por cumplir la suma algebraica.  Así:

[](https://www.aulafacil.com/uploads/cursos/750/editor/2906.jpg)

Factorize

1. x2 + 5x + 6
2. x2 – 11x + 24
3. x2 + x – 20
4. x2 – 6x – 27

**TRINOMIO DE LA FORMA AX² ± BX ±C**

**Condiciones que debe cumplir un trinomio de la forma ax² ± bx ±c:**

– El primer término tiene un coeficiente mayor que 1 y tiene una letra cualquiera elevada al cuadrado.

– El segundo término tiene la misma letra que el primero, pero con exponente 1 y su coeficiente es una cantidad cualquiera positiva o negativa.

– El tercer término es una cantidad cualquiera positiva o negativa sin ninguna letra en común con el 1° y 2° términos.

**Procedimiento para el trinomio de la forma *ax² +bx +c*:**

–**Antes de descomponer el trinomio en dos factores binomios,**

**se procede así:**

ejemplo: **6x² -7x -3**

**1°)** Se multiplica el coeficiente del primer término” 6 ” por todo el trinomio, dejando el producto del 2° término indicado:

6(6x² -7x +3) = **36x² -6(7x) -18**

**2°)** Se ordena tomando en cuenta que **36x² = (6x)²**   y  **6(-7x) = -7(6x)**, escribiéndolo de la siguiente manera:  **(6x)² -7(6x) -18**

**3°)** Luego se procede a factorar **(6x)² -7(6x) -18**como un problema del Caso **trinomio de la forma x²+bx+c**. con una variante que se explica en el Inciso 6°

**4°)** Se forman 2 factores binomios con la raíz cuadrada del primer término del trinomio:   **(6x-   )(6x+  )**

**5°)** Se buscan dos números cuya diferencia sea -7   y cuyo producto sea -18 ;  y esos números  son -9  y  +2   porque:  -9 +2 = -7   y   (-9)(2) = -18 –>  =  **(6x-9)(6x+2)**

***6°)*** **Aquí está la variante**:  Como al principio multiplicamos el trinomio por “6”, entonces ahora los factores binomios encontrados, los dividimos entre “6”

**(6x-9) (6x+2) / 6**   ;  como ninguno de los binomios es divisible entre “6” entonces descomponemos el “6” en dos factores (**3**  y **2**), de manera que uno divida a un factor binomio y el segundo divida al otro. Así:  **(6x-9) / 3**    y  **(6x+2) / 2** , y estos cocientes quedarían así:  ***(2x-3)(3x+1)***. **que sería la Solución.**

**ejemplo  20x² +7x -6**

1) Multiplicando el trinomio por el coeficiente del 1° término (20):

20(20x² +7x -6) = 400x² +20(7x) -120, se ordena tomando en cuenta que 400x² = **(20x)²**  y  20(7x) = **7(20x)**, quedaría así:   **(20x)² +7(20x) -120**

2) Se factoriza  **(20x)² +7(20x) -120,**como un **trinomio de la forma x²+bx+c**

Se encuentra dos factores binomios:  (20x +  )(20x-  )

3) Se buscan 2 #s cuya diferencia sea **7**   y cuyo producto sea **-120**, y estos son:  ***15*** y ***-8***, porque 15 -8 = 7   y  (15)(-8) = -120  –> la Solución parcial sería :  ***(20x+15)(20x-8)***

4) Aplicando la Solución   (20x+15)(20x-8) para el caso VII.

5) Como multiplicamos el trinomio original por 20, ahora dividimos la Solución por 20:  ***(20x+15)(20x-8) / 20  ,***como los binomios no son divisibles entre 20; –> descomponemos el 20 en 2 #s, tal que el 1° # divida a un factor binomio y el  2° # divida al otro factor: y éstos son:  5 y 4 porque (20x+15) / 5 =**(4x+3)** y   (20x-8) / 4 = **(5x-2)** la **Solución final** es:**(4x+3)(5x-2)**

**Ejemplo   2x² +3x -2**

Multiplicando el trinomio por el coeficiente de su 1° término: 2(2x² +3x -2) = 4x² +2(3x) -4 = **(2x)² +3(2x) -4**

Factorando **(2x)² +3(2x) -4** , como un Caso **trinomio de la forma x²+bx+c**

: (2x+  )(2x- ) y buscando 2 #s  que son: **4**  y  **-1**porque  4-1 = **3**  y  (4)(-1) = **-4**

–> la Solución parcial es: ***(2x+4)(2x-1)***

>> Aplicando la Solución parcial al Caso VII, se procede así:

Como multiplicamos el trinomio original por 2; ahora dividimos la solución entre 2: **(2x+4) (2x-1) / 2**

Como los dos binomios no son divisibles entre 2, –> se descompone el # 2 en dos #s que son:  2 y 1 porque (2x+4) / 2 = **(x+2)**  y   (2x-1) / 1  =**(2x-1)** –> la solución final es : ***(x+2)(2x-1)***  ó  ***(2x-1)(x+2)***

Ejemplo para resolver en casa

1. 10x2 + 5x + 6
2. 7x2 – 11x + 24
3. 13x2 + x – 20
4. 5x2 – 6x – 27
5. 17

**ESTADÍSTICA**

## Población

Es el **conjunto de todos los elementos cuyas propiedades se van a estudiar**. También es llamada **universo.**

Una población puede ser finita o infinita:

* **Población finita:** es aquella cuya cantidad de elementos es posible de determinar se pueden contar.
* **Población infinita:** es aquella cuya cantidad de elementos es imposible de determinar ósea no se puede contar.

## Muestra

Es un **subconjunto de la población**. En muchas ocasiones, es importante trabajar con una **muestra representativa de la población**, para ello, debemos trabajar con criterios y técnicas de muestreo. Una muestra representativa debe reflejar las características de la población.

En la práctica, **para estudiar una población grande, debemos tomar una muestra.** Por ejemplo, si queremos saber cuál es el candidato preferido para las próximas elecciones presidenciales de Colombia, tomaría mucho tiempo preguntarles a todos los electores por su candidato preferido, además, sería muy caro contratar tantos encuestadores, digitadores y estadísticos. Por ello, es mejor, analizar una muestra de electores, aplicar una encuesta, y a partir de allí sacar conclusiones de la población.

## Individuo

Es cada uno de los elementos que componen la población. También se le conoce como unidad estadística.

## Ejemplo 1

Para estudiar cuál es el candidato presidencial por el cual votarán los colombianos en las próximas elecciones, se toma una muestra de 3500 personas de todo el país. La pregunta es la siguiente, ¿por quién votará en las próximas elecciones presidenciales?

Determine la **población, muestra e individuos.**

* En este caso, la población sería la población electoral del país, es decir, los colombianos con derecho a voto.
* La muestra sería el conjunto de 3500 colombianos que forman parte de la población votante.
* Un individuo sería cada uno de los colombianos con derecho a voto.

## Ejemplo 2

Un estudiante de estadística quiere conocer si los profesores de la Institución Embera Atrato Medio, prefieren dictar clases con ropa formal o con ropa informal. Para ello, realiza una encuesta a 3 profesores de la institución educativa, elegidos de forma aleatoria. **Identifique la población, muestra e individuos.**

## Ejemplo 3

Un profesor desea realizar un análisis estadístico de las notas del examen final de matemáticas de sus alumnos de último año. Por ello, coloca todas las notas obtenidas en Excel y usa las funciones y herramientas estadísticas. La información obtenida,

**¿pertenece a la muestra o a la población?**

**Ejemplo 4**

Un conocido fabricante de medicamentos, desea conocer la proporción de personas cuya diabetes tipo 2, puede ser controlada con un nuevo fármaco. Se realiza un estudio en 3500 personas con esta diabetes, y se encontró que el 75% de ellas pudo controlar su diabetes tipo 2 usando el fármaco. Asumiendo que estas 3500 personas son representativas del grupo de pacientes de diabetes tipo 2, **identifique la muestra y la población.**

**Ejemplo 5**

En una escuela se quiere saber cuál es el deporte más practicado por los alumnos. Se realiza una encuesta a cinco alumnos de cada curso. **identifique la muestra y la población.**

**Ejemplo 6**

Principio del formulario

Final del formulario

Se desea conocer cuál es la estatura de los alumnos de una escuela. Se miden 10 alumnos por curso. **identifique la muestra y la población.**

Principio del formulario

Final del formulario

## Ejemplo 7:

Un fabricante de tornillos desea hacer un control de calidad. Para ello, toma 1 de cada 100 tornillos producidos y analiza: **identifique la muestra y la población.**

**Ejemplo 8**

**Quienes conforman estos tipos de población (en forma general):**

### **1- Población de la institución educativa embera atrato medio.**

### **2- Población de animales en una zona del medio atrato**

### **3- Población de habitantes en un país**

### **4- Población de habitantes de una comunidad indígena**

### **5- Población de niños y niñas menores de 18 años en las comunidades indígena.**

### **6- Estudiantes de primer año**

### **7- Especie animal amenazada**

### **8- Votantes**

**Variable**:

es cada una de las características que pueden observarse de un elemento de la muestra.

Las variables pueden ser clasificadas en dos grupos:

***a)*****Cualitativas***:* toman valores no numéricos. Dentro de este grupo diferenciamos:

**Nominativas**: no existe ningún orden entre las categorías de variables. Por ejemplo: el grupo sanguíneo (A, B, AB, 0) o el color del pelo (moreno, rubio, pelirrojo). El estado civil, con las siguientes modalidades: soltero, casado, separado, divorciado y viudo.

**Binarias**: cuando toman dos valores posibles -si/no, presencia/ausencia- (por ejemplo: casado sí o no, tener el carnet de conducir sí o no).

**Ordinales:** existe un cierto orden entre las categorías de las variables, por ejemplo el nivel de estudios (sin estudios, básico, secundarios, etc) o categoría dentro de una empresa (peón, encargado, etc.)  La nota en un examen: suspenso, aprobado, notable, sobresaliente. Puesto conseguido en una prueba deportiva: primero, segundo, tercer, ... Medallas de una prueba deportiva: oro, plata, bronce.

**b)** **Cuantitativas***:* toman valores numéricos. Dentro de éstas se agrupan en:

**Discretas**: tomas valores aislados, normalmente números enteros, por ejemplo, número de hermanos o de hijos.

**Continuas:** teóricamente puede tomar cualquier valor numérico, por ejemplo: el peso de un individuo. Aunque en la práctica todas tomarían valores discretos por la imposibilidad de tener aparatos lo suficientemente sensibles para realizar mediciones intermedias.

**Ejemplos**

.

.